**1. Resuelve la relación de recurrencia an = −an−1 + 4an−2 + 4an−3 sujeta a las condiciones iniciales a0 = 8, a1 = 6 y a2 = 26.**

rn = -rn-1 + 4rn-2+4rn-3

r3 = -r2 + 4r + 4

r3 + r2 -4r - 4 = 0

Raíces: -1, 2, -2

an = c1\*(-1)n + c2\*2n + c3\*(-2)n

a0 = c1 + c2 + c3 = 8

a1 = -c1 + 2c2 -2c3 = 6

a2 = c1 + 4c2 + 4c3 = 26

c1=2, c2=1, c3=5

an = 2\*(-1)n +2n + 5\*(-2)n

**2. Resuelve la relación de recurrencia an = 8an−2 − 16an−4, con las condiciones iniciales a0 = 1, a1 = 4, a2 = 28 y a3 = 32.**

r4 = 8r2 - 16

r4 - 8r2 + 16 = 0

raíces: 2, -2. Ambas dobles.

an = (c11+nc12)\*2n + (c21+nc22)\*(-2)n

a0 = c11 + c21 = 1

a1 = 2c11 + 2c12 - 2c21 - 2c22 = 4

a2 = 4c11 + 8c12 + 4c21 + 8c22 = 28

a3 = 8c11 + 24c12 - 8c21 - 24c22 = 32

Resolvemos el sistema. c1=1, c2=2, c3=0, c4=1

an = (1+2n)\*2n + (n)\*(-2)n

**3. Resuelve la relación de recurrencia an = 2an−1 − an−2 + 2n sujeta a las condiciones iniciales a0 = 5, a1 = 3.**

rn = 2rn-1-rn-2 +2n.

Solución a la recurrencia homogénea:

rn = 2rn-1 - rn.2

r2 = 2r - 1

r2-2r+1=0. raíz: r=1, doble

an(h) = c1 + c2\*n

S=2, que no es una raíz. Entonces, una solución particular es:

an(p) = (B0)\*2n.

2 \*(B0)\*2n-1- (B0)\*(2n-2) + 2n = (B0)\*2n.

Para n=2

2\*B0 \*2 - B0 + 22 = 4\*B0

-B0 = -4

B0 = 4

an(p) = 4\*2n.

an = c1 + c2n + 4\*2n

a0=5 → c1 + 4 = 5 → c1=1

a1 = 5 + c2 + 8 = 3 → c2=-6

**4. Conjetura una solución para la relación de recurrencia an = 3 an−1 − 2 an−2 + n 2n y comprueba que la satisface.**

Calculamos la solución de la parte homogénea.

rn -3rn-1 +2rn-2 = 0

r2-3r+2=0

Raíces: r=2, r=1

2 es una raíz, por lo que conjeturamos que existe una solución que es:

an(p) = (B0 + (n)B1) \* (n)\*2(n)

(B0 + (n)B1) \* (n)\*2(n) = 3\* (B0 + (n-1)B1) \* (n-1)\*2(n-1) - 2 (B0 + (n-2)B1) \* (n-2)\*2(n-2) + n\*2n

Dividiendo por 2(n-2)

(B0 + (n)B1) \* (n)\*2(2) = 3\* (B0 + (n-1)B1) \* (n-1)\*2 - 2 (B0 + (n-2)B1) \* (n-2)+ n\*22

Esta igualdad debe ser válida para cualquier n mayor o igual a 2. Tomando n=2 y n=3, resolvemos el sistema. Obtenemos que B0=-1 y B1=1.

Entonces, an(p) = (n-1)\*n\*2n

Para comprobar si es correcta, verificamos que

(n-1)\*n\*2n = 3\* (-1 + (n-1)) \* (n-1)\*2(n-1) - 2 (-1 + (n-2)) \* (n-2)\*2(n-2) + n\*2n

Lo cual es cierto, por lo que esta solución satisface la relación.

**5. Comprueba que los números de Fibonacci, además de la relación de recurrencia usual, Fn = Fn−1 + Fn−2, satisfacen también las relaciones Fn = Fn−2 + 2Fn−3 + Fn−4 y Fn = Fn−3 + 3Fn−4 + 3Fn−5 + Fn−6.**

Fn = Fn-1 + Fn-2

Fn-1 = Fn-2 + Fn-3

Fn = Fn-2 + Fn-2 + Fn-3

Fn = Fn-2 + Fn-3 + Fn-3 + Fn-4 (primeira pregunta)

Fn = Fn-3 + Fn-3 + Fn-3 + Fn-4 + Fn-4 = Fn-3 + Fn-4 + Fn-5 + Fn-4 + Fn-5 + Fn-4 + Fn-4

Fn = Fn-3 + 3Fn-4 + 3Fn-5 + Fn-6

**6. Se definen los números de Lucas mediante L0 = 2 y Ln = Fn+1 + Fn−1 para n ≥ 1, siendo Fn el n-ésimo número de Fibonacci. Encuentra una relación de recurrencia para los números de Lucas y da una fórmula para Ln.**

Ln = Fn+1 + Fn-1

Fn = ()n - ()n

Ln = ()n+1 - ()n+1 + ()n-1 - ()n-1

Relación de recurrencia:

Fn = Fn-1 + Fn-2

Ln = Fn + Fn-1 + Fn-2 + Fn-3

Fn + Fn-2 = Ln-1

Fn-1 + Fn-3 = Ln-2

Ln = Ln-1 + Ln-2

**7. Se lanza una moneda al aire n veces seguidas. Sea cn el número de formas en que pueden darse los resultados sin que salgan dos caras consecutivas. Encuentra una relación de recurrencia para la sucesión {cn}.**

c1 = 2

c2 = 3

Sea cn con n>=3. Al tirar la moneda n-1 veces, la primera moneda puede ser cara o cruz. Si la primera fue cruz, para las demás n-1 tiradas hay cn-1 posibilidades, pues es posible cualquier combinación de resultados. Sin embargo, si la primera tirada fue cara, entonces la segunda debe ser obligatoriamente cruz, pues no podría ser 2 caras seguidas. Entonces, si la primera fue cara, sólo tendríamos cn-2 posibilidades.

En conclusión:

cn = cn-1 + cn-2

**8. ¿Cuántos subconjuntos de A = {1, 2, . . . , n} existen que no contengan dos números consecutivos?**

Considerando el caso Cn, diferenciamos dos casos distintos para Cn-1.

Si n no pertenece a los subconjuntos, estos serán subconjuntos de {1,...,n-1}. Entonces, serían Cn-1 posibilidades.

Si n sí pertenece al subconjunto, será subconjunto de {1,...n-2} U {n} pues debe incluir n por definición y, de incluir n, no puede incluír n-1. Para los subconjuntos de {1,...,n-2} hay Cn-2 posibilidades

Entonces, la relación de recurrencia es Cn=Cn-1+Cn-2.

**9. n niveles de altura distintos, en cada nivel hay 2 túnesles que baixan un nivel e 3 túneles que baixan dous niveles. En función de n, calcular número de posibilidades de baixar.**

Cn = 2cn-1 + 3cn-2.

**9. En el primer piso de un parque de bomberos hay dos barras para deslizarse hasta la planta 0. Cada una de las plantas superiores cuenta con cinco barras: dos que descienden una planta y tres que descienden dos plantas directamente, sin posibilidad de parar en la planta intermedia. ¿Cuántas maneras hay de descender hasta la planta 0 desde la planta n-ésima?**

**10. Sea an el número de secuencias de longitud n en el alfabeto {0, 1, 2} de paridad par (con un número par de unos). Halla una relación de recurrencia para an y resuélvela**